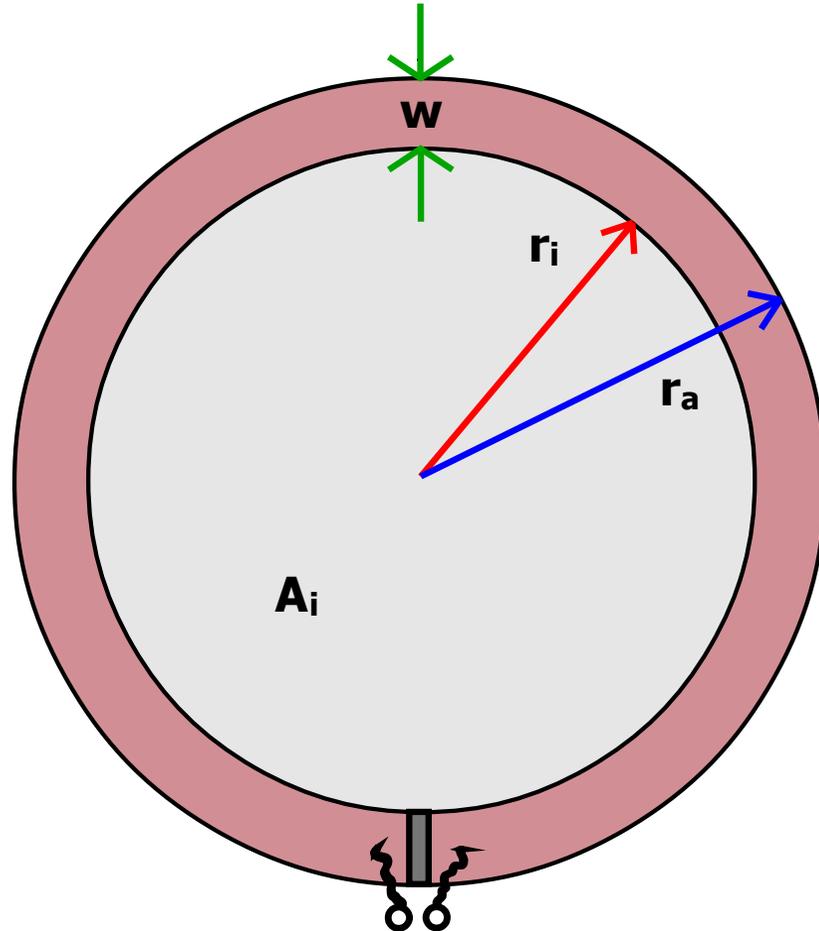


## Geometrisches Ersatzschaltbild Loop-Antenne



### Ursache: Relevante geometrische Parameter

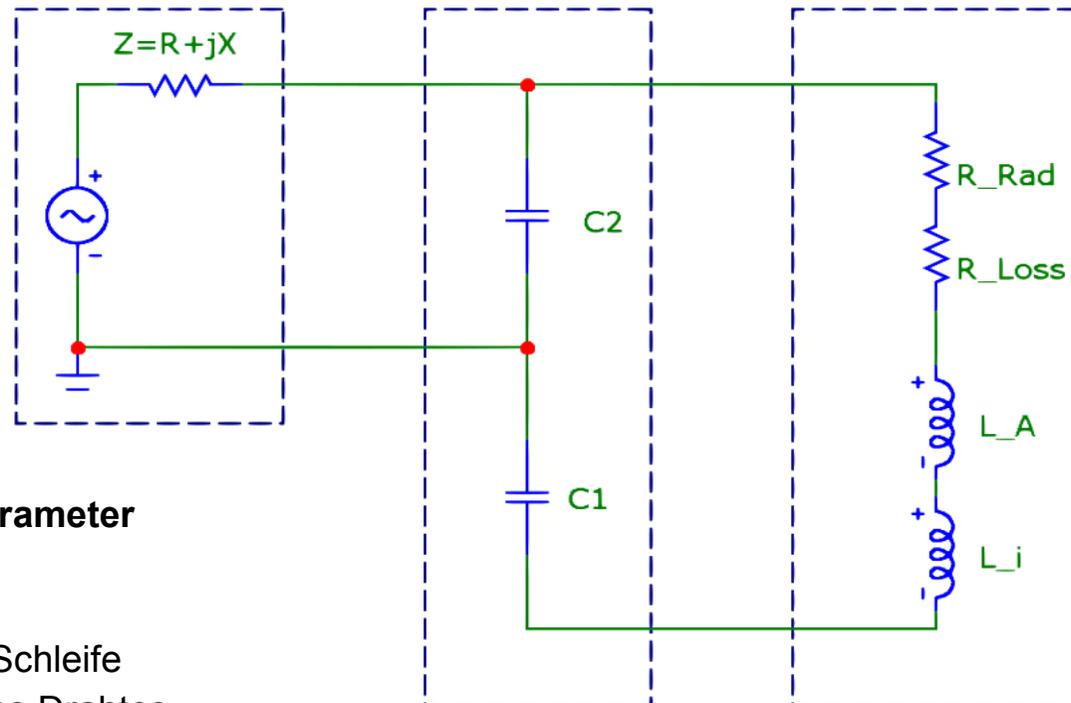
$w$	Leiterbreite
$r_i$	Innenradius
$r_a$	Außenradius
$A_i$	Effektiv wirksame Innenfläche

### Wirkung: Relevante elektrische Parameter

$R_{\text{Rad}}$	Strahlungswiderstand
$R_{\text{Loss}}$	Verlustwiderstand
$L_A, L_{\text{Loop}}$	Antenneninduktivität der Schleife
$L_i, L_{\text{Wire}}$	Intrinsische Induktivität des Drahtes

$R_{\text{Rad}}, R_{\text{Loss}}, L_{\text{Loop}}, L_{\text{Wire}}$

## Elektrisches Ersatzschaltbild Loop-Antenne (mit Matching)



### Wirkung: Relevante elektrische Parameter

$R_{Rad}$	Strahlungswiderstand
$R_{Loss}$	Verlustwiderstand
$L_A, L_{Loop}$	Antenneninduktivität der Schleife
$L_i, L_{Wire}$	Intrinsische Induktivität des Drahtes

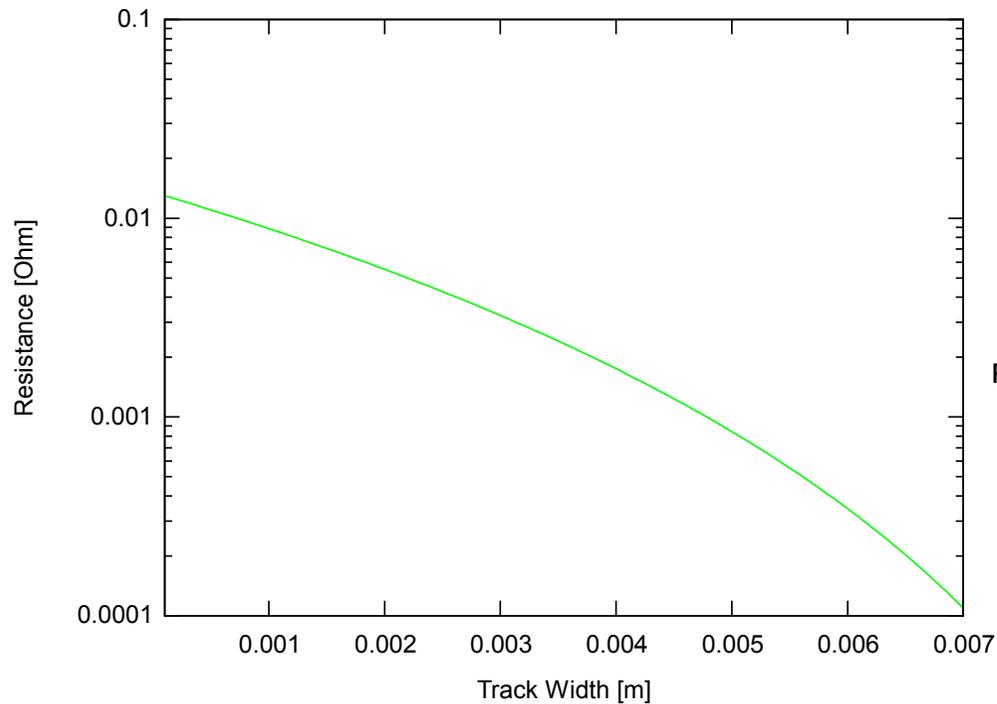
### Ursache: Relevante geometrische Parameter

$w$	Leiterbreite
$r_i$	Innenradius
$r_a$	Außenradius
$A_i$	Effektiv wirksame Innenfläche

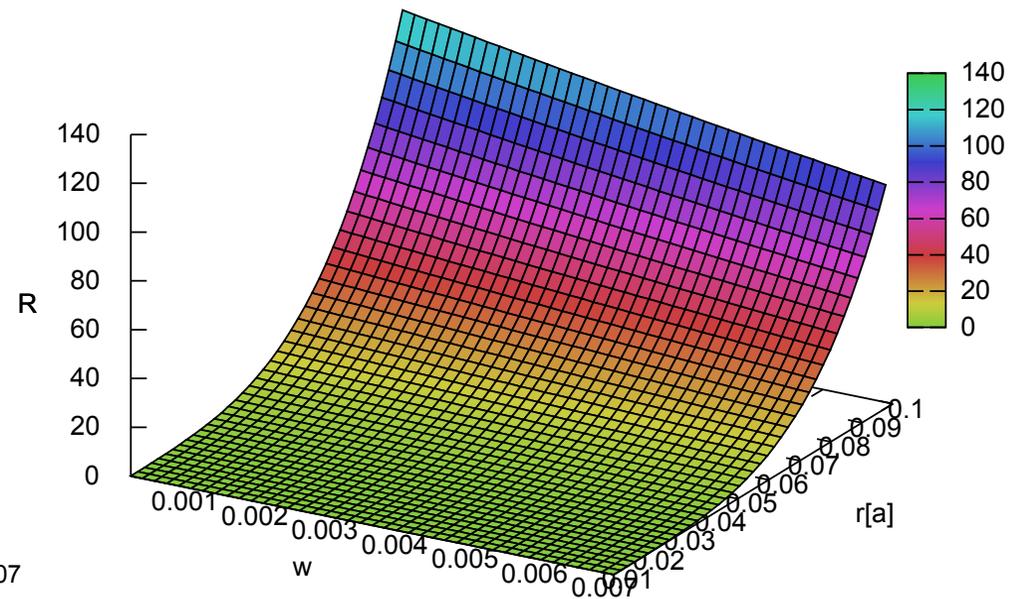
## Berechnung und Darstellung Strahlungswiderstand

$$R_{Rad} = Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left( \frac{f}{c_0} \right)^4 (r_a - w)^4 = k_1 (r_a - w)^4$$

Radiation Resistor over track width



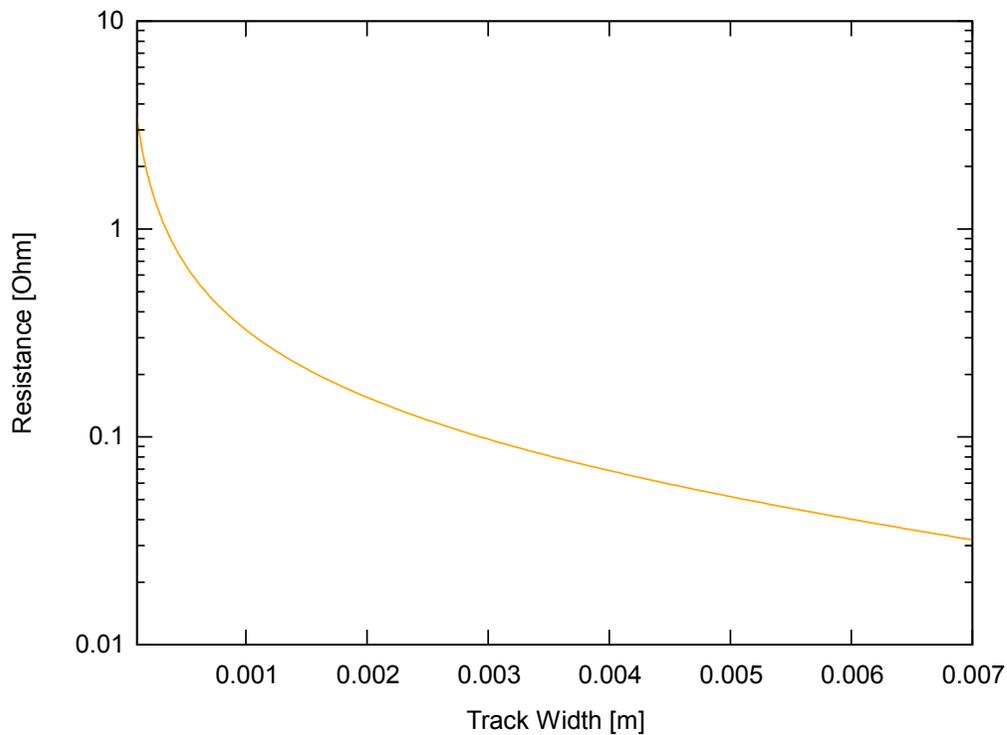
Radiation Resistance [Ohms] over track width [m]



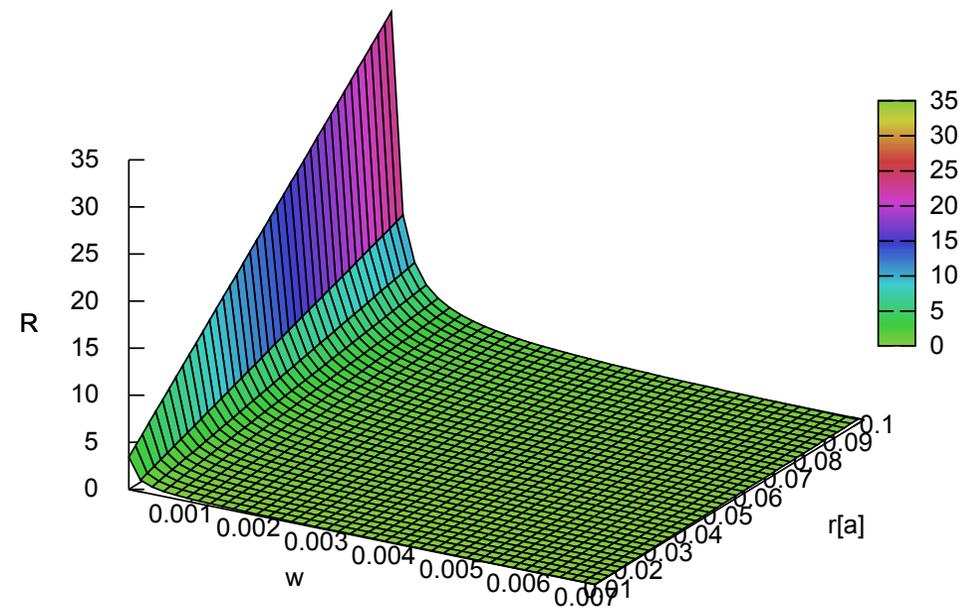
## Berechnung und Darstellung Verlustwiderstand

$$R_{Loss} = \left[ \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}} = \left[ \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] k_2$$

Loss Resistor over track width



Loss Resistance [Ohms] over track width [m]



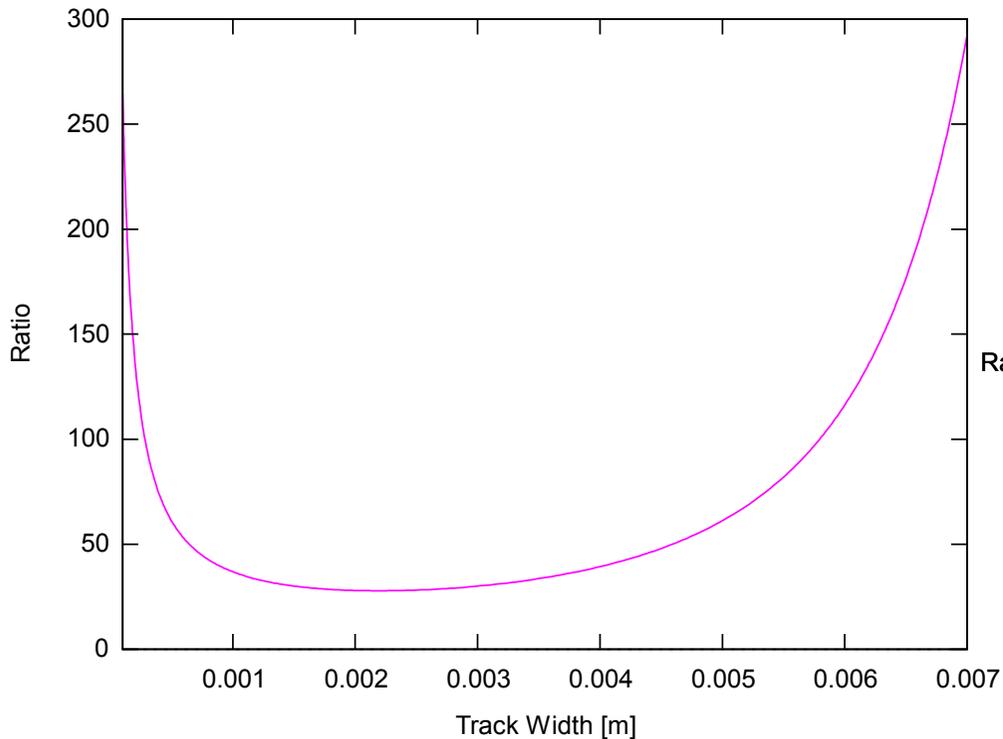
## Berechnung und Darstellung Ratio Verlust- zu Strahlungswiderstand

$$v = \frac{R_{Loss}}{R_{Rad}}$$

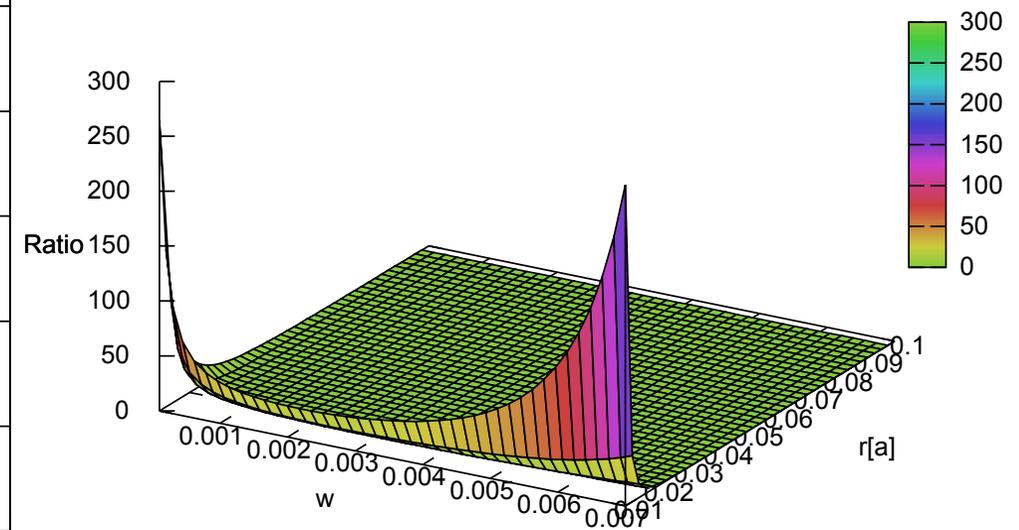
$$v = \frac{\left[ \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}}}{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left( \frac{f}{c_0} \right)^4 (r_a - w)^4}$$

$$v = \frac{k_2 \left[ \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right]}{k_1 (r_a - w)^4} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}}{(r_a - w)^4}$$

Ratio R\_{Loss} / R\_{Rad} over track width



Ratio R\_{Loss} / R\_{Rad} over track width [m]



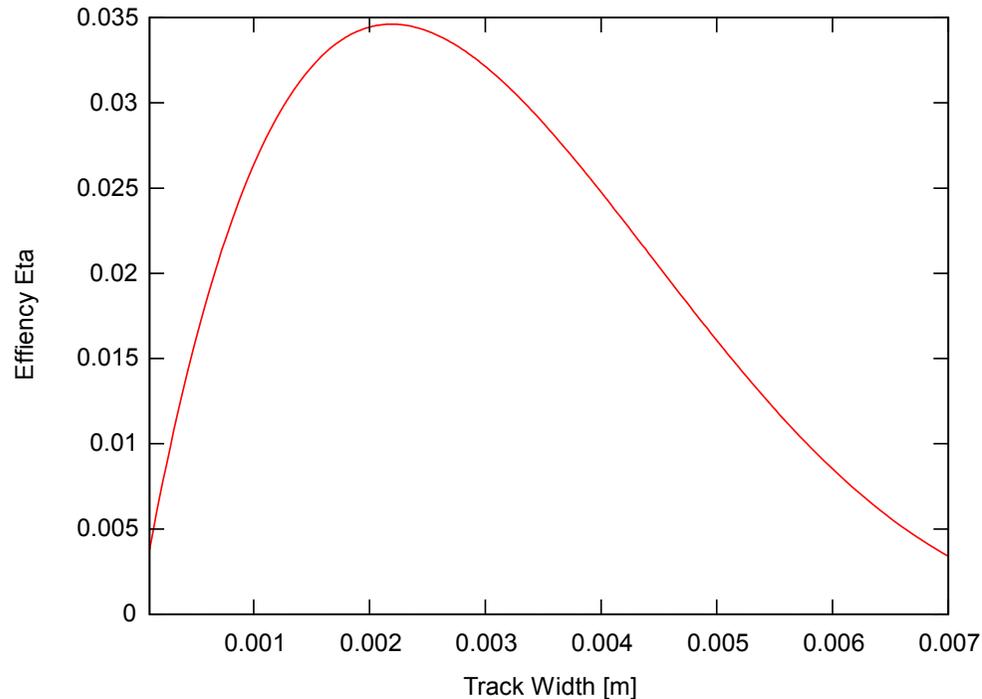
## Berechnung und Darstellung Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{I^2 R_{Rad}}{I^2 (R_{Rad} + R_{Loss})} = \frac{R_{Rad}}{R_{Rad} + R_{Loss}}$$

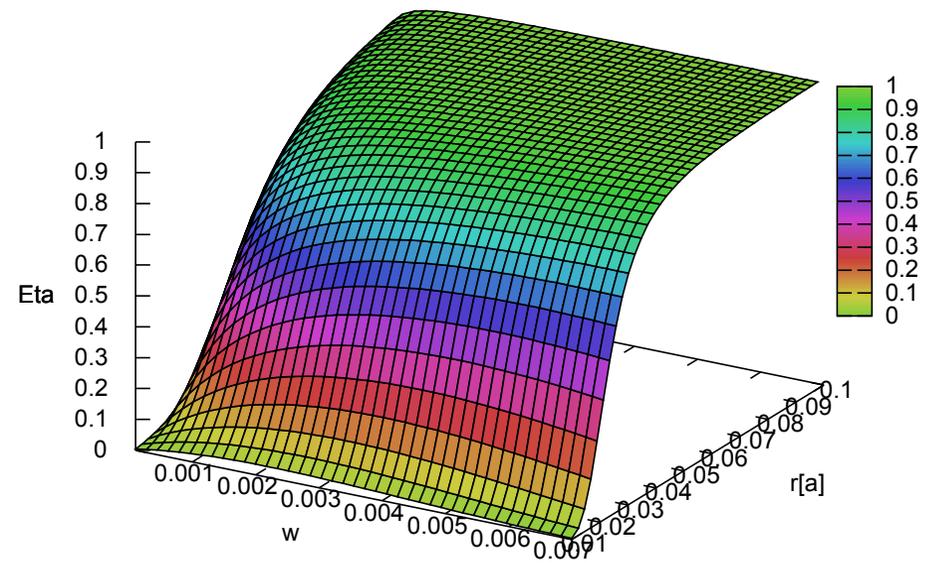
$$\eta = \frac{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0}\right)^4 (r_a - w)^4}{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0}\right)^4 (r_a - w)^4 + \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}\right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}}}$$

$$\eta = \frac{k_1 (r_a - w)^4}{k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}\right]}$$

Efficiency Eta over track width



Efficiency Eta over track width [m]



## Berechnung maximaler Wirkungsgrad

$$\eta' = \frac{d\eta}{dw} = \frac{d}{dw} \left[ \frac{k_1 (r_a - w)^4}{k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left[ \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right]} \right]$$

$$\frac{d\eta}{dw} = - \frac{k_1 \left( -4k_1 (r_a - w)^3 - \frac{k_2 r_a}{w^2} \right) (r_a - w)^4}{\left( k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left( \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) \right)^2} - \frac{4k_1 (r_a - w)^3}{k_2 \left( \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) + k_1 (r_a - w)^4}$$

$$\frac{d\eta}{dw} = 0$$

$$0 = - \frac{k_1 \left( -4k_1 (r_a - w)^3 - \frac{k_2 r_a}{w^2} \right) (r_a - w)^4}{\left( k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left( \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) \right)^2} - \frac{4k_1 (r_a - w)^3}{k_2 \left( \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) + k_1 (r_a - w)^4}$$

$$w_1 = - \frac{(\sqrt{17} - 5) \cdot r_a}{4}, w_2 = \frac{(5 + \sqrt{17}) \cdot r_a}{4}, w_3 = r_a$$

$$w = w_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \cdot r_a$$

Leiterbreite / Außenradius  $\approx 0,22$

$$\eta_{Max} \rightarrow \frac{w}{r_a} = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \approx 0.22$$

**Aha !**

## Berechnung Fehlergrenze bei Wirkungsgrad

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \cdot \Delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \cdot \Delta x_2 + \dots$$

einsetzen

einsetzen

Wirkungsgrad  $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$ :

$$\frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4 \left( \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)}$$

1. Ableitung  $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$  nach  $w$ :

$$\frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 \left( -\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}}}{w} - \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w^2} - \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4} \right) (r_a - w)^4}{3 c^4 \left( \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)^2} - \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4 \left( \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)}$$

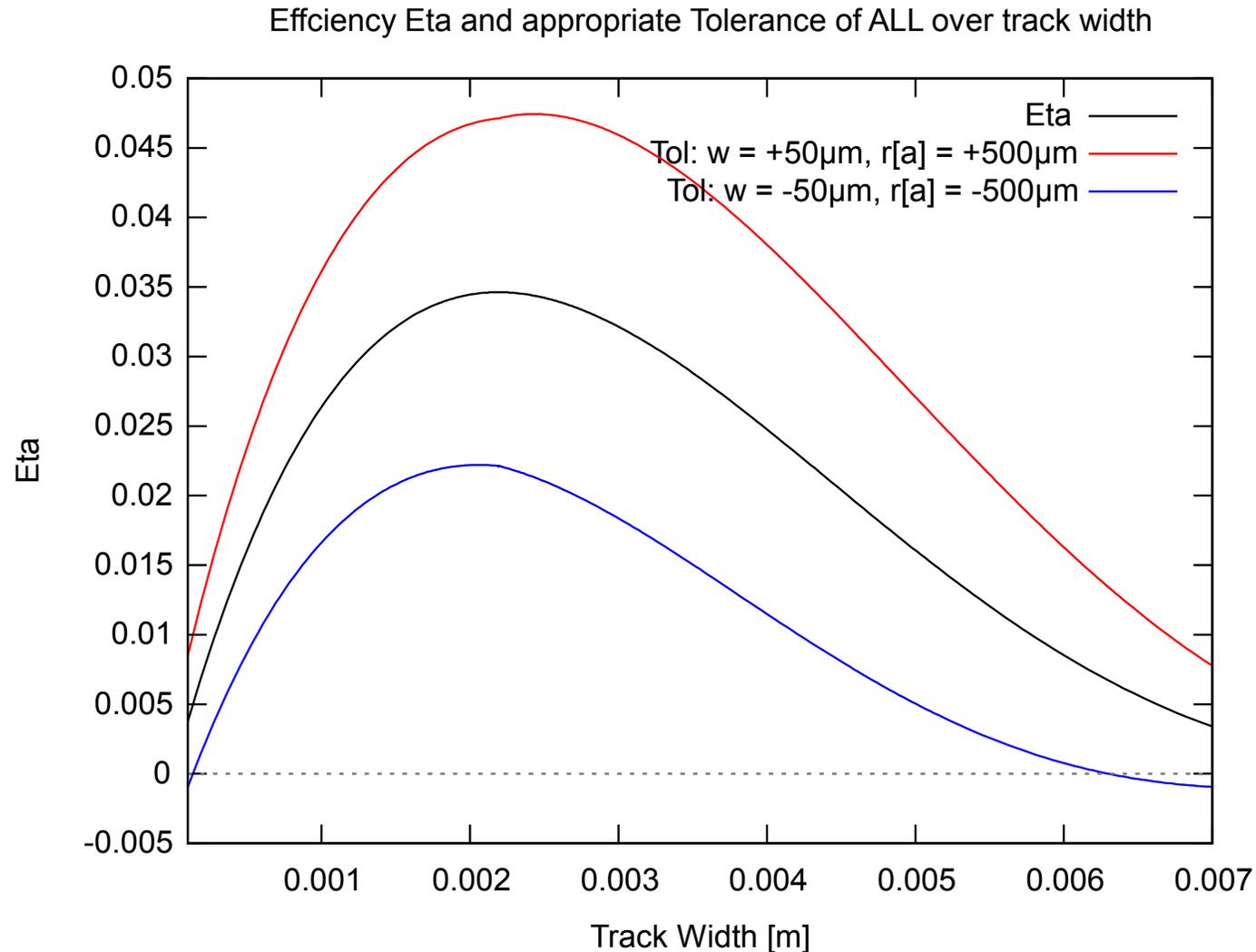
Übernehmen

1. Ableitung  $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$  nach  $r_a$ :

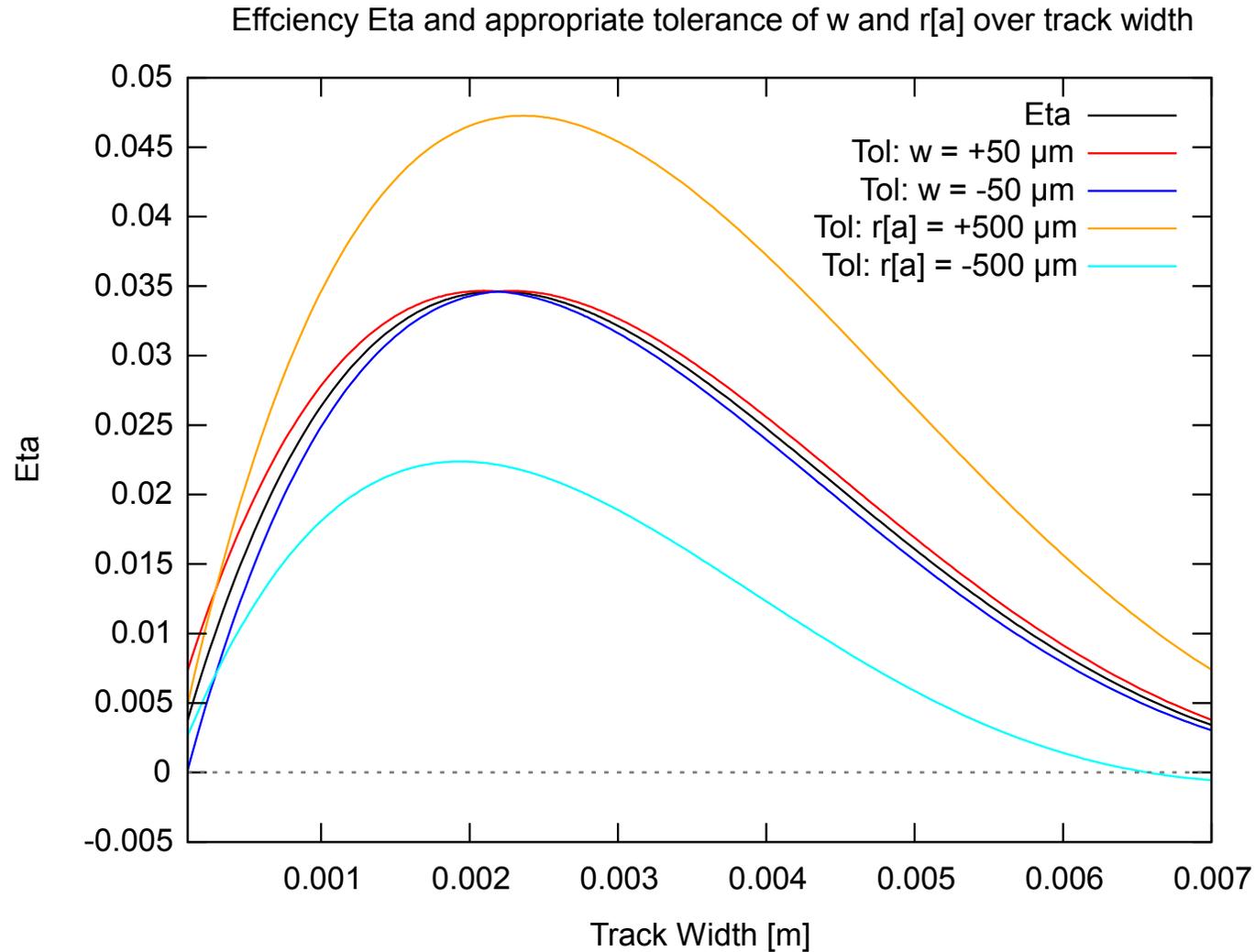
$$\frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4 \left( \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)} - \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 \left( \frac{2 \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}}}{w} + \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4} \right) (r_a - w)^4}{3 c^4 \left( \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)^2}$$

Übernehmen

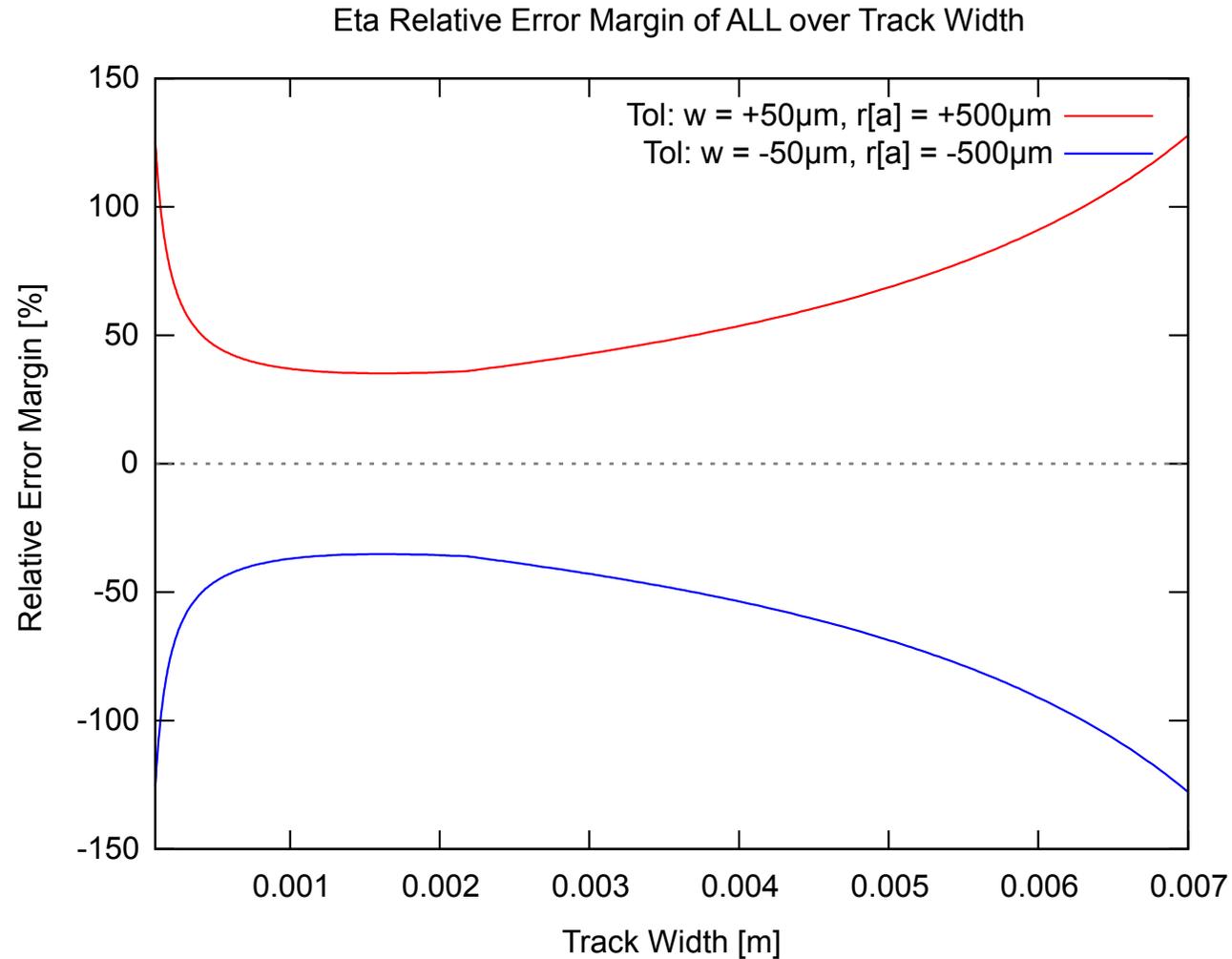
## Darstellung Wirkungsgrad und absolute Fehlergrenzen von Gesamttoleranz



## Darstellung Wirkungsgrad und absolute Fehlergrenzen von Einzeltoleranzen



## Darstellung relative Fehlergrenzen des Wirkungsgrades von Gesamttoleranz



## Zusammenfassung und Gegenüberstellung aller relativer Fehlergrenzen

Hier: Berechnung mit folgenden exemplarisch gewählten Fix-Daten

- Außenradius  $r_a$  von 10 mm
- Außenradius  $r_a$  mit Toleranz von +/- 500  $\mu\text{m}$
- Leiterbreite  $w$  als Laufvariable
- Leiterbreite  $w$  mit Toleranz von +/- 50  $\mu\text{m}$

Bezeichnung	Symbol	w=1mm	w=2.2mm	w=7mm
Antenneninnenfläche	$A_i$	12 %	14 %	36 %
Strahlungswiderstand	$R_{Rad}$	21 %	25 %	72 %
Verlustwiderstand	$R_{Loss}$	27 %	5 %	4 %
Gesamtwiderstand	$R_{Loss} + R_{Rad}$	50 %	10 %	10 %
Ratio	$R_{Loss}/R_{Rad}$	30 %	10 %	33 %
Wirkungsgrad	$\eta$	125 %	40 %	130 %
Induktivität Loop	$L_{Loop}$	13 %	7 %	8 %
Induktivität Draht	$L_{Wire}$	5.5 %	6 %	8 %
Gesamtinduktivität	$L_{Loop} + L_{Wire}$	13 %	7.5 %	8 %
Antennengüte	$Q$	13 %	7.5 %	8 %

**OMG !**

## Ergebnis und Zusammenfassung

- Beim **Wirkungsgrad  $W$**  gibt es nur **EINE EINZIGE** optimale Konstellation
- Das optimale Verhältnis beim  **$W$**  beträgt: Leiterbreite / Loop-Außenradius  $\approx 0,22$
- Das Verhältnis ist frequenzunabhängig
- Der optimale  **$W$**  ist von der LEITERBREITE nur minimal toleranzbehaftet
- Der optimale  **$W$**  ist vom AUSSENADIUS stärker toleranzbehaftet
- Optimal ausgelegte Loop-Antennen streuen also im  **$W$**  mal mehr, mal weniger ...
- Nicht optimal ausgelegte Loop-Antennen streuen also im  **$W$**  noch mehr ...
- Glücklicherweise stimmt dieses Verhalten mit der Praxis nicht überein :o)