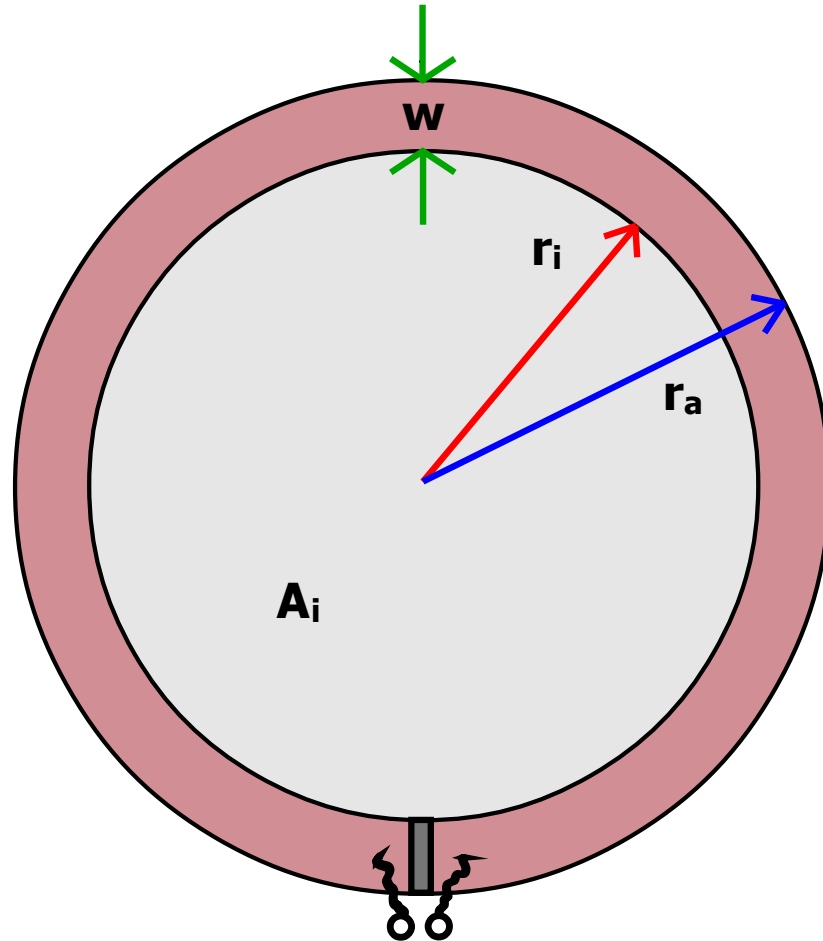


Geometrisches Ersatzschaltbild Loop-Antenne



Ursache: Relevante geometrische Parameter

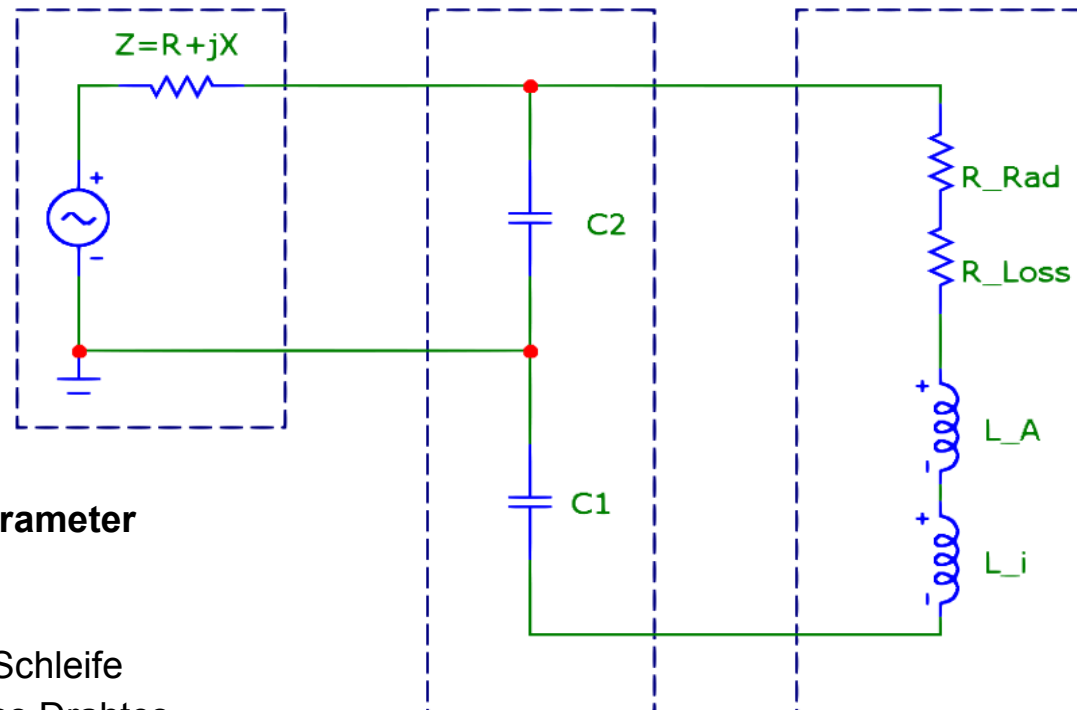
w	Leiterbreite
r_i	Innenradius
r_a	Außenradius
A_i	Effektiv wirksame Innenfläche

Wirkung: Relevante elektrische Parameter

R_{Rad}	Strahlungswiderstand
R_{Loss}	Verlustwiderstand
L_A, L_{Loop}	Antenneninduktivität der Schleife
L_i, L_{Wire}	Intrinsische Induktivität des Drahtes

$R_{\text{Rad}}, R_{\text{Loss}}, L_{\text{Loop}}, L_{\text{Wire}}$

Elektrisches Ersatzschaltbild Loop-Antenne (mit Matching)



Wirkung: Relevante elektrische Parameter

R_{Rad}	Strahlungswiderstand
R_{Loss}	Verlustwiderstand
L_A, L_{Loop}	Antenneninduktivität der Schleife
L_i, L_{Wire}	Intrinsische Induktivität des Drahtes

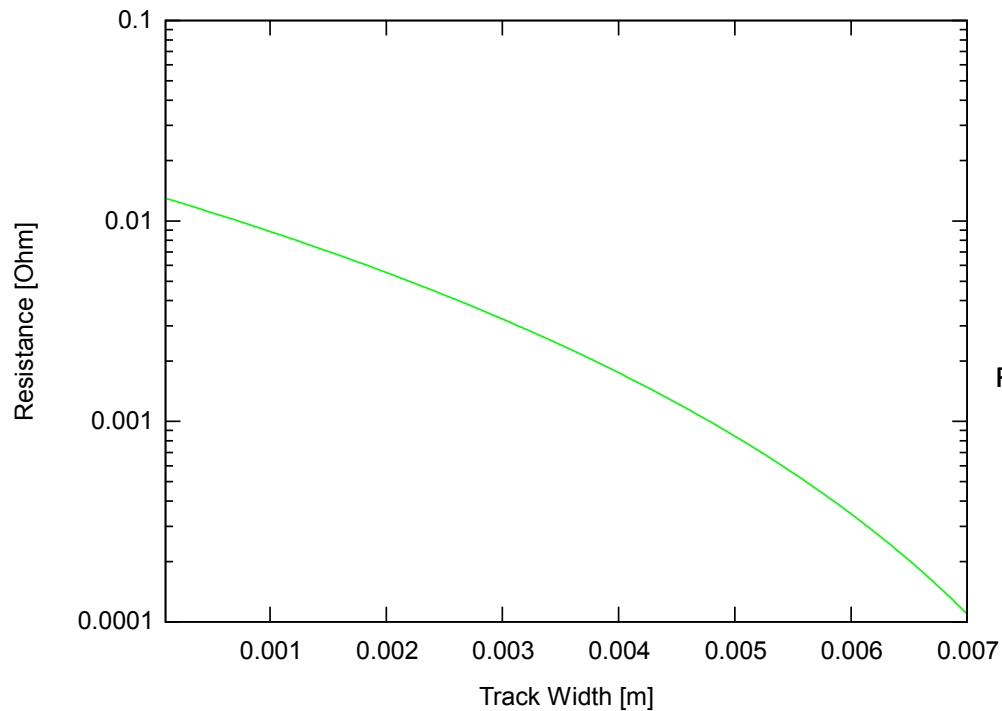
Ursache: Relevante geometrische Parameter

w	Leiterbreite
r_i	Innenradius
r_a	Außenradius
A_i	Effektiv wirksame Innenfläche

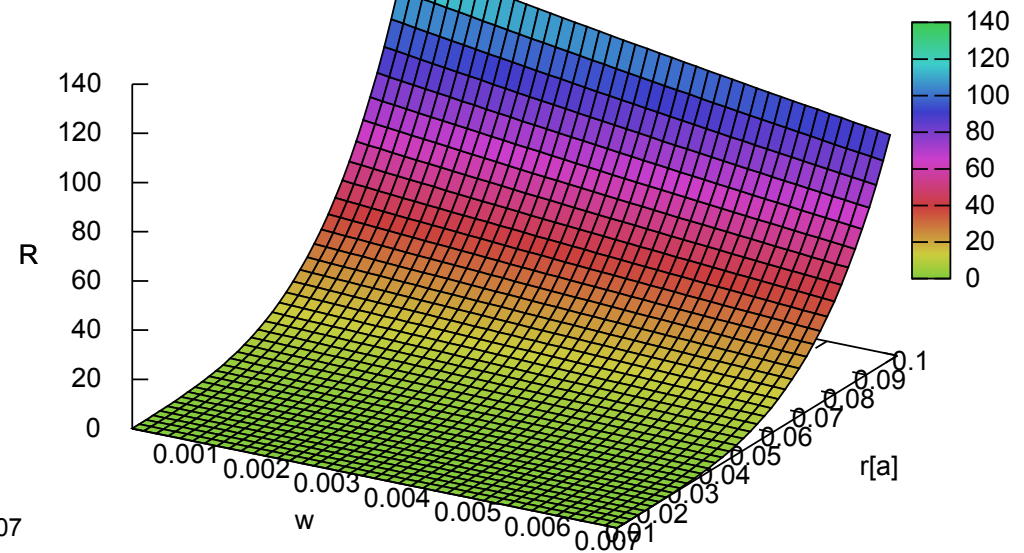
Berechnung und Darstellung Strahlungswiderstand

$$R_{Rad} = Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0} \right)^4 (r_a - w)^4 = k_1 (r_a - w)^4$$

Radiation Resistor over track width



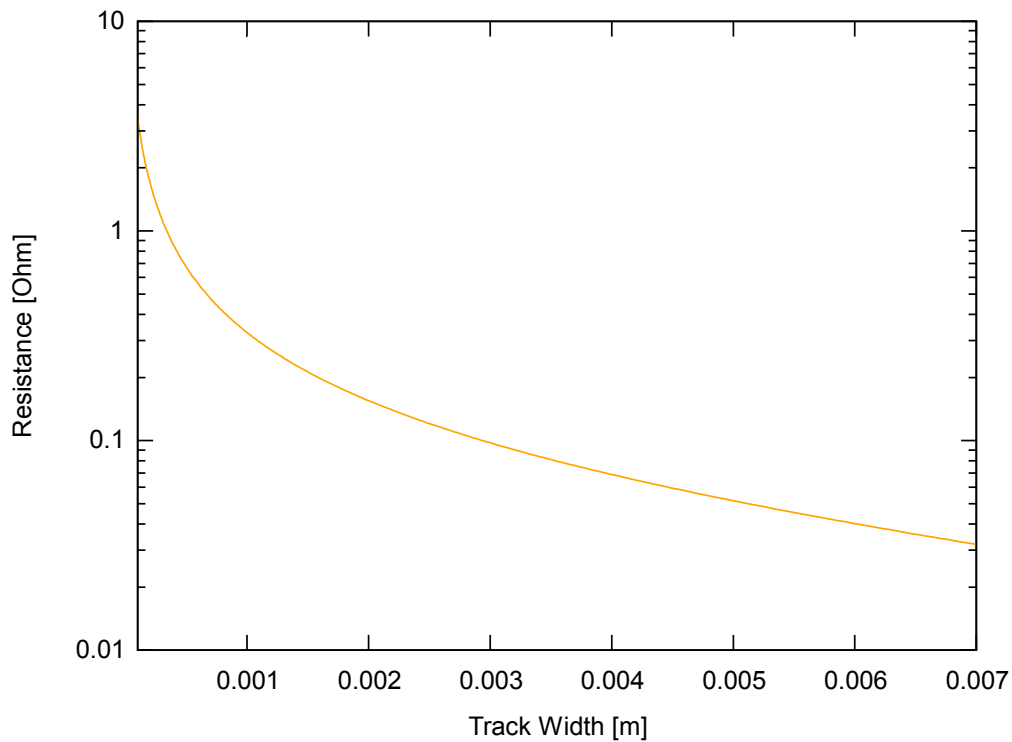
Radiation Resistance [Ohms] over track width [m]



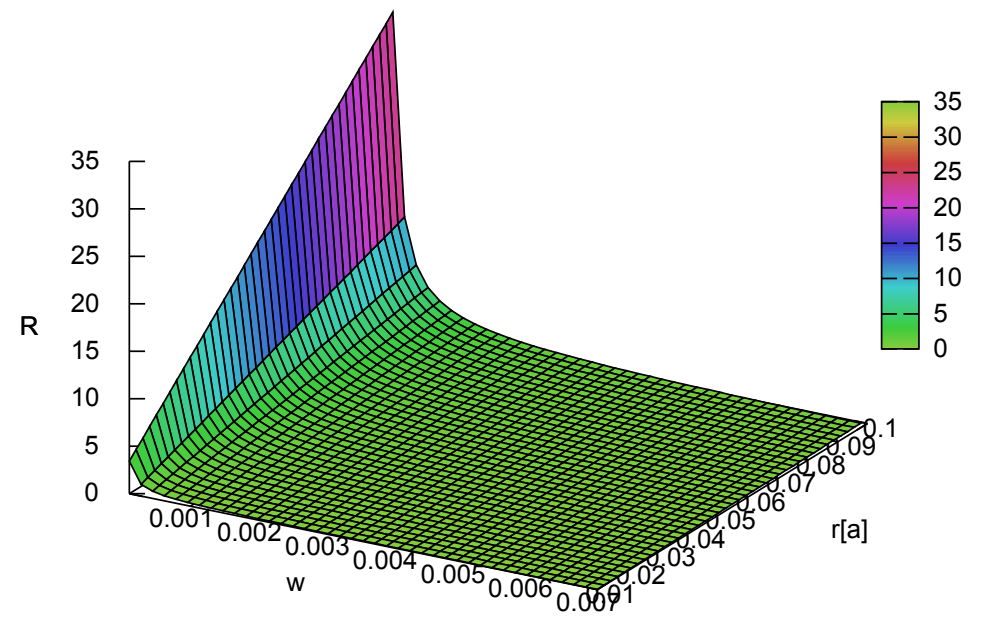
Berechnung und Darstellung Verlustwiderstand

$$R_{Loss} = \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}} = \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] k_2$$

Loss Resistor over track width



Loss Resistance [Ohms] over track width [m]



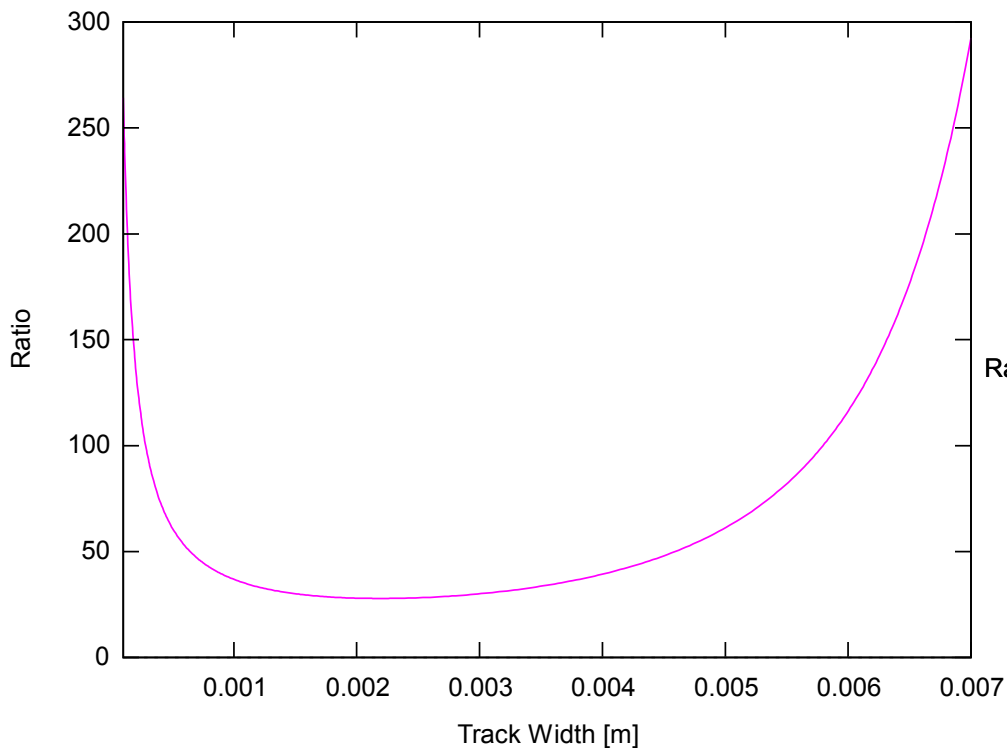
Berechnung und Darstellung Ratio Verlust- zu Strahlungswiderstand

$$v = \frac{R_{Loss}}{R_{Rad}}$$

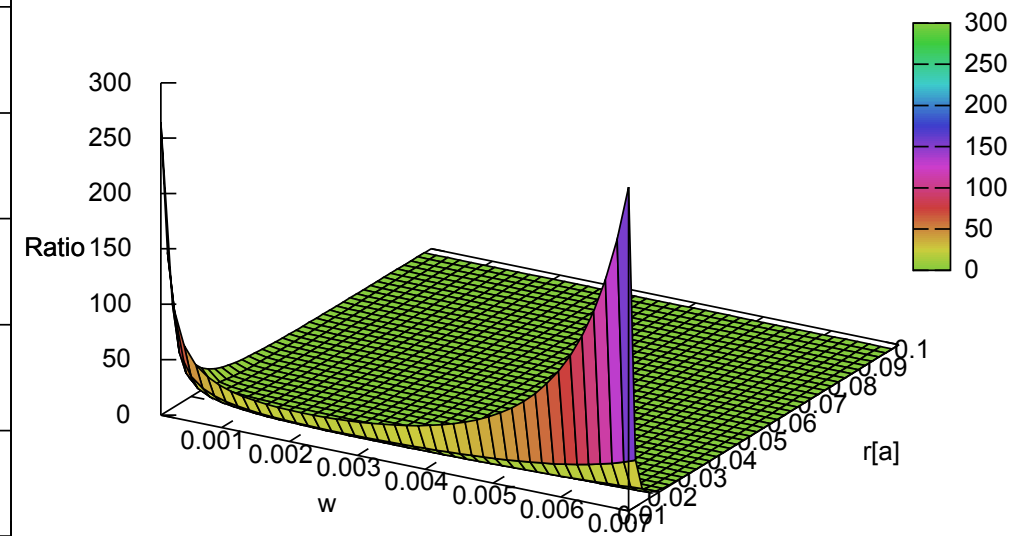
$$v = \frac{\left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}}}{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0} \right)^4 (r_a - w)^4}$$

$$v = \frac{k_2 \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right]}{k_1 (r_a - w)^4} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}$$

Ratio R_{Loss} / R_{Rad} over track width



Ratio R_{Loss} / R_{Rad} over track width [m]



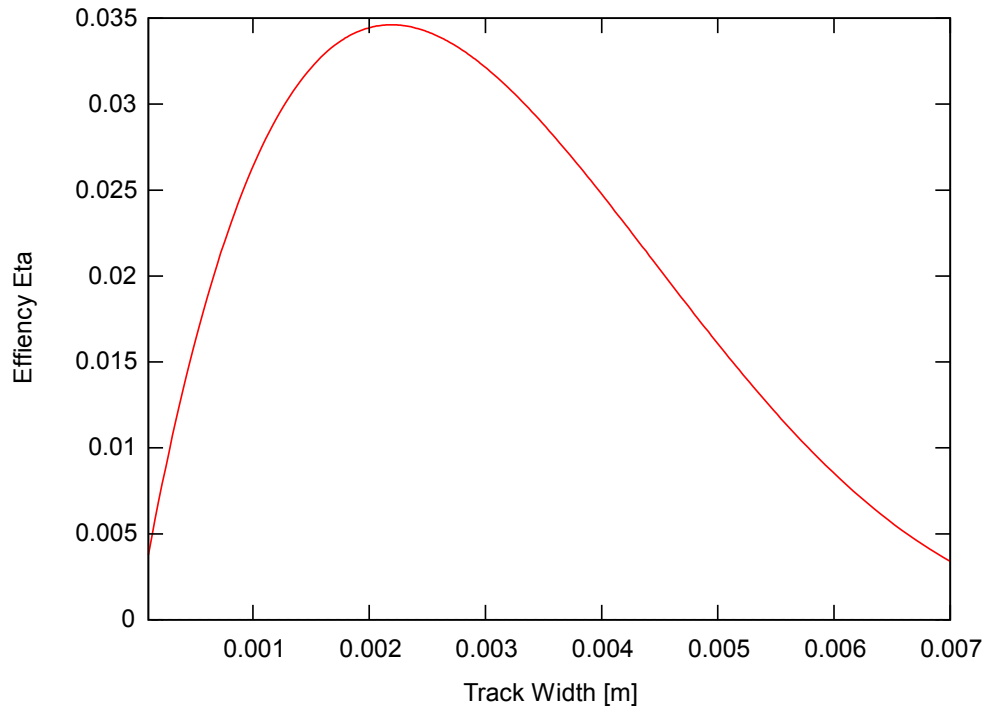
Berechnung und Darstellung Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{I^2 R_{Rad}}{I^2 (R_{Rad} + R_{Loss})} = \frac{R_{Rad}}{R_{Rad} + R_{Loss}}$$

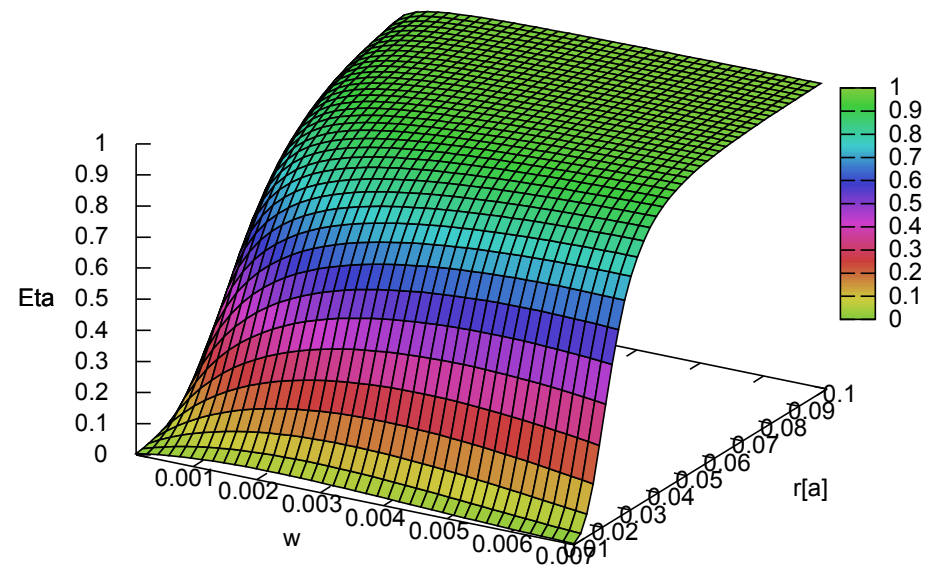
$$\eta = \frac{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0}\right)^4 (r_a - w)^4}{Z_0 \frac{8}{3} \pi^5 \left(\frac{f}{c_0}\right)^4 (r_a - w)^4 + \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}\right] \sqrt{\pi^3 f \frac{\mu_0}{\sigma}}}$$

$$\eta = \frac{k_1 (r_a - w)^4}{k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2}\right]}$$

Efficiency Eta over track width



Efficiency Eta over track width [m]



Berechnung maximaler Wirkungsgrad

$$\eta' = \frac{d\eta}{dw} = \frac{d}{dw} \left[\frac{k_1 (r_a - w)^4}{k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left[\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right]} \right]$$

$$\frac{d\eta}{dw} = - \frac{k_1 \left(-4k_1 (r_a - w)^3 - \frac{k_2 r_a}{w^2} \right) (r_a - w)^4}{\left(k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left(\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) \right)^2} - \frac{4k_1 (r_a - w)^3}{k_2 \left(\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) + k_1 (r_a - w)^4}$$

$$\frac{d\eta}{dw} = 0$$

$$0 = - \frac{k_1 \left(-4k_1 (r_a - w)^3 - \frac{k_2 r_a}{w^2} \right) (r_a - w)^4}{\left(k_1 (r_a - w)^4 + k_2 \left(\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) \right)^2} - \frac{4k_1 (r_a - w)^3}{k_2 \left(\frac{r_a}{w} - \frac{1}{2} \right) + k_1 (r_a - w)^4}$$

$$w_1 = - \frac{(\sqrt{17} - 5) \cdot r_a}{4}, w_2 = \frac{(5 + \sqrt{17}) \cdot r_a}{4}, w_3 = r_a$$

$$w = w_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \cdot r_a$$

Leiterbreite / Außenradius $\approx 0,22$

$$\eta_{Max} \rightarrow \frac{w}{r_a} = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \approx 0.22$$

Aha !

Berechnung Fehlergrenze bei Wirkungsgrad

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \cdot \Delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \cdot \Delta x_2 + \dots$$

einsetzen

einsetzen

Wirkungsgrad $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$:

$$\frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4 \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)}$$

1. Ableitung $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$ nach w :

$$\frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 \left(-\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}}}{w} - \frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w^2} - \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4} \right) (r_a - w)^4}{3 c^4 \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)^2} - \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4 \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)}$$

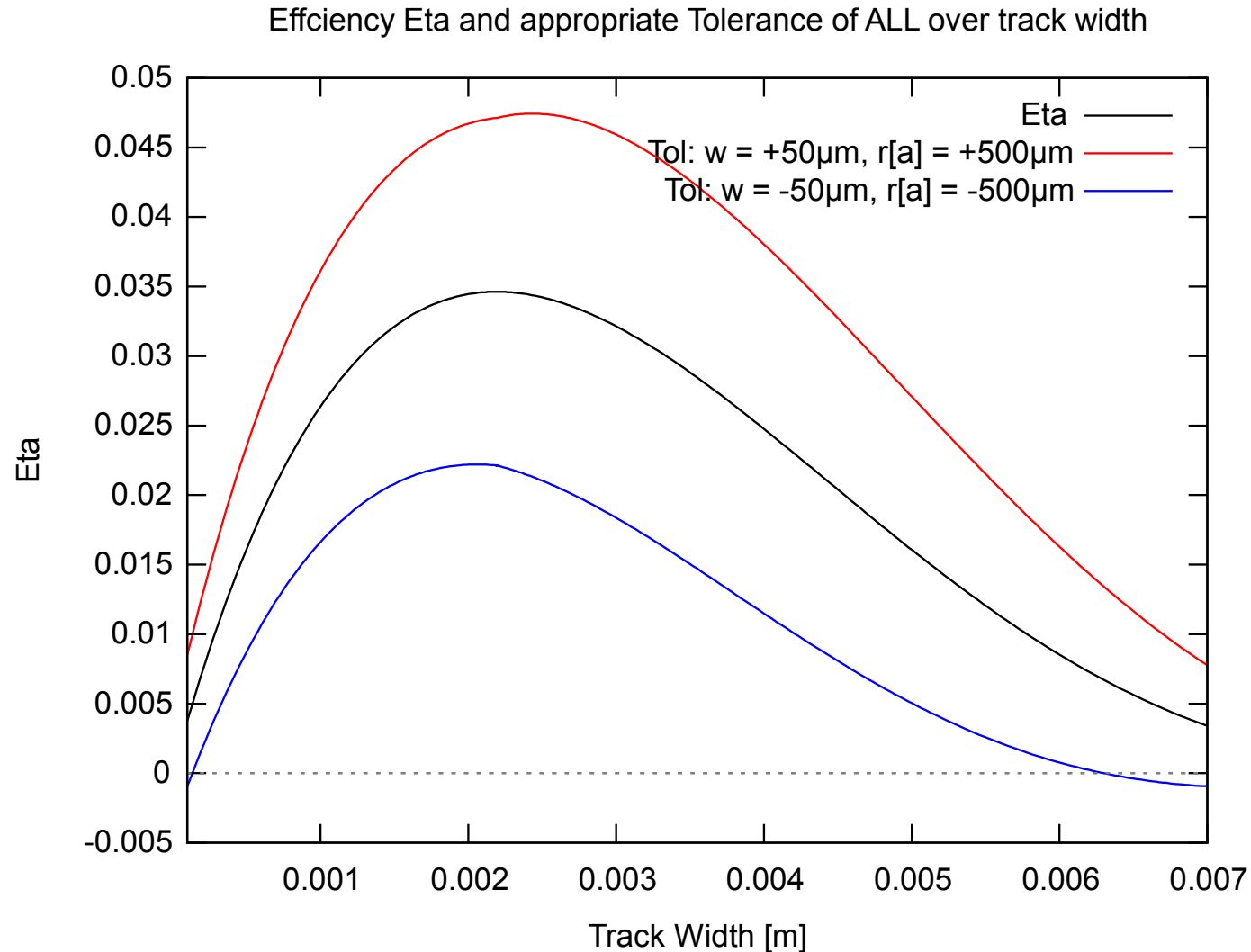
Übernehmen

1. Ableitung $R_{Rad}/(R_{Loss} + R_{Ges})$ nach r_a :

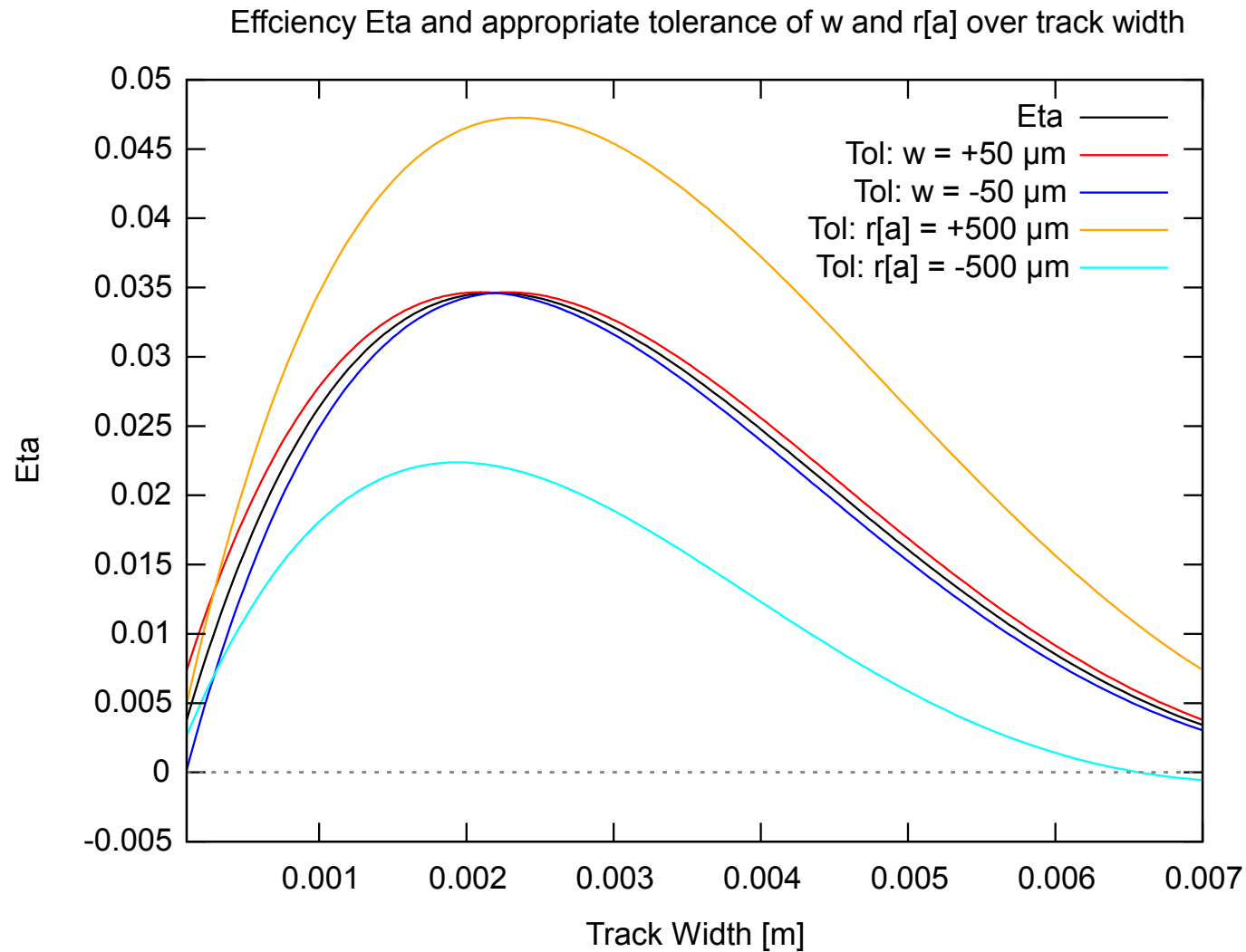
$$\frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4 \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)} - \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 \left(\frac{2 \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}}}{w} + \frac{32 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^3}{3 c^4} \right) (r_a - w)^4}{3 c^4 \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{I_u}{s}} (2 r_a - w)}{w} + \frac{8 \pi^5 Z_0 f^4 (r_a - w)^4}{3 c^4} \right)^2}$$

Übernehmen

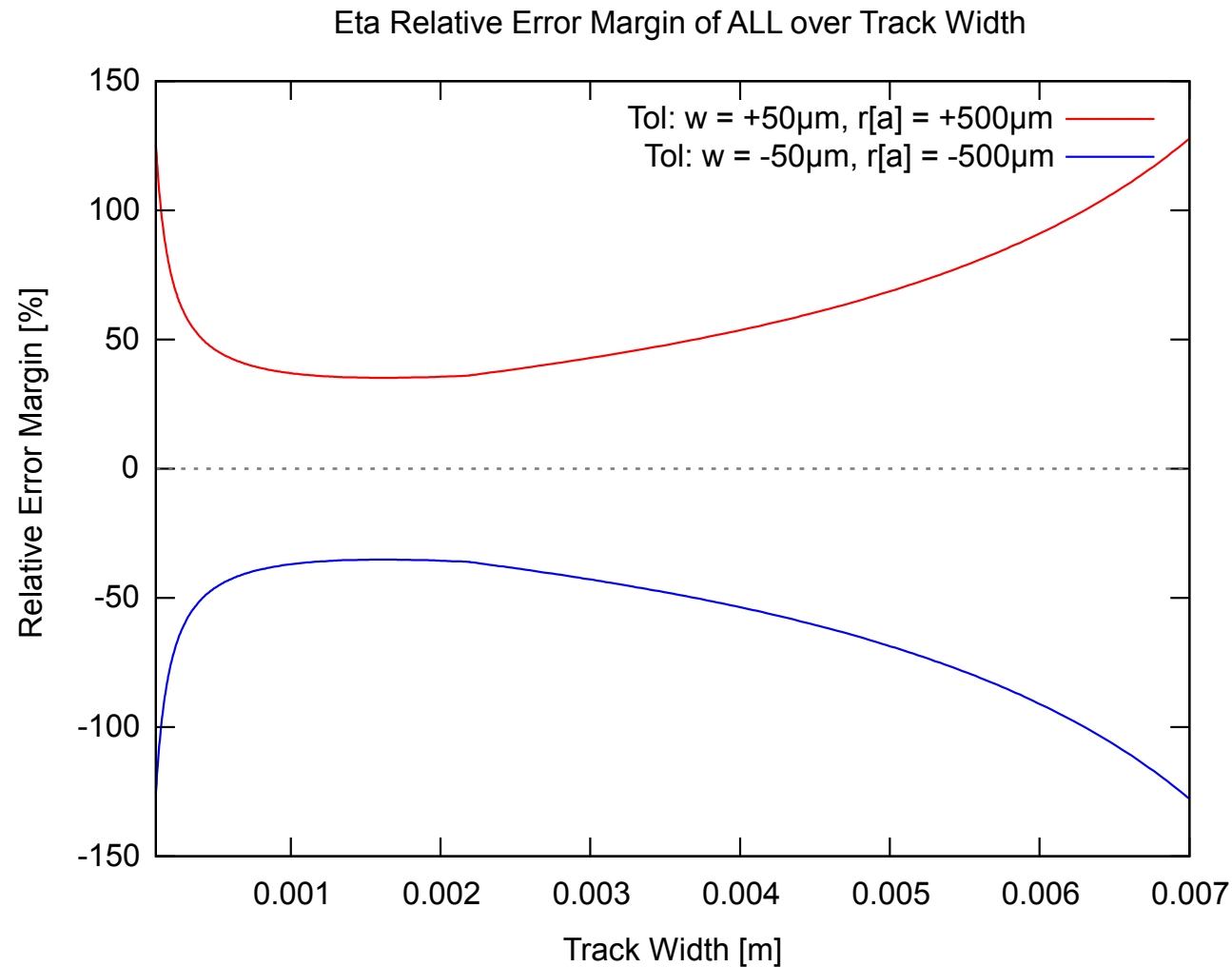
Darstellung Wirkungsgrad und absolute Fehlergrenzen von Gesamttoleranz



Darstellung Wirkungsgrad und absolute Fehlergrenzen von Einzeltoleranzen



Darstellung relative Fehlergrenzen des Wirkungsgrades von Gesamttoleranz



Zusammenfassung und Gegenüberstellung aller relativer Fehlergrenzen

Hier: Berechnung mit folgenden exemplarisch gewählten Fix-Daten

- Außenradius r_a von 10 mm
- Außenradius r_a mit Toleranz von +/- 500 μm
- Leiterbreite w als Laufvariable
- Leiterbreite w mit Toleranz von +/- 50 μm

Bezeichnung	Symbol	w=1mm	w=2.2mm	w=7mm
Antenneninnenfläche	A_i	12 %	14 %	36 %
Strahlungswiderstand	R_{Rad}	21 %	25 %	72 %
Verlustwiderstand	R_{Loss}	27 %	5 %	4 %
Gesamtwiderstand	$R_{Loss} + R_{Rad}$	50 %	10 %	10 %
Ratio	R_{Loss}/R_{Rad}	30 %	10 %	33 %
Wirkungsgrad	η	125 %	40 %	130 %
Induktivität Loop	L_{Loop}	13 %	7 %	8 %
Induktivität Draht	L_{Wire}	5.5 %	6 %	8 %
Gesamtinduktivität	$L_{Loop} + L_{Wire}$	13 %	7.5 %	8 %
Antennengüte	Q	13 %	7.5 %	8 %

OMG !

Ergebnis und Zusammenfassung

- Beim **Wirkungsgrad W** gibt es nur **EINE EINZIGE** optimale Konstellation
- Das optimale Verhältnis beim **W** beträgt: Leiterbreite / Loop-Außenradius $\approx 0,22$
- Das Verhältnis ist frequenzunabhängig
- Der optimale **W** ist von der LEITERBREITE nur minimal toleranzbehaftet
- Der optimale **W** ist vom AUSSENADIUS stärker toleranzbehaftet
- Optimal ausgelegte Loop-Antennen streuen also im **W** mal mehr, mal weniger ...
- Nicht optimal ausgelegte Loop-Antennen streuen also im **W** noch mehr ...
- Glücklicherweise stimmt dieses Verhalten mit der Praxis nicht überein :o)